

RJP-335 Find AA^T and $A^T A$ for $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 & -4 \\ 2 & 1 & 0 & 5 \end{pmatrix}$

Now $A^T = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 3 & 1 \\ 1 & 0 \\ -4 & 5 \end{pmatrix}$

Then $AA^T = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 & -4 \\ 2 & 1 & 0 & 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 3 & 1 \\ 1 & 0 \\ -4 & 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \cdot 2 + 3 \cdot 3 + 1 \cdot 1 + (-4) \cdot (-4) & 2 \cdot 2 + 3 \cdot 1 + 0 \cdot 1 + 5 \cdot (-4) \\ 2 \cdot 2 + 1 \cdot 1 + 0 \cdot 0 + 5 \cdot (-4) & 2 \cdot 2 + 1 \cdot 1 + 0 \cdot 0 + 5 \cdot 5 \end{pmatrix}$

$$AA^T = \begin{pmatrix} 2 \cdot 2 + 3 \cdot 3 + 1 \cdot 1 + (-4) \cdot (-4) & 2 \cdot 2 + 3 \cdot 1 + 0 \cdot 1 + 5 \cdot (-4) \\ 2 \cdot 2 + 1 \cdot 1 + 0 \cdot 0 + 5 \cdot (-4) & 2 \cdot 2 + 1 \cdot 1 + 0 \cdot 0 + 5 \cdot 5 \end{pmatrix}$$

$$AA^T = \begin{pmatrix} 4+9+1+16 & 4+3+0-20 \\ 4+3+0-20 & 4+1+0+25 \end{pmatrix}$$

$$AA^T = \begin{pmatrix} 30 & -13 \\ -13 & 30 \end{pmatrix}$$

Then

$$A^T A = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 3 & 1 \\ 1 & 0 \\ -4 & 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 & -4 \\ 2 & 1 & 0 & 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \cdot 2 + 2 \cdot 2 & 2 \cdot 3 + 2 \cdot 1 & 2 \cdot 1 + 2 \cdot 0 & 2 \cdot (-4) + 2 \cdot 5 \\ 3 \cdot 2 + 1 \cdot 2 & 3 \cdot 3 + 1 \cdot 1 & 3 \cdot 1 + 1 \cdot 0 & 3 \cdot (-4) + 1 \cdot 5 \\ 1 \cdot 2 + 0 \cdot 2 & 1 \cdot 3 + 0 \cdot 1 & 1 \cdot 1 + 0 \cdot 0 & 1 \cdot (-4) + 0 \cdot 5 \\ -4 \cdot 2 + 5 \cdot 2 & -4 \cdot 3 + 5 \cdot 1 & -4 \cdot 1 + 5 \cdot 0 & -4 \cdot (-4) + 5 \cdot 5 \end{pmatrix}$$

$$A^T A = \begin{pmatrix} 4+4 & 6+2 & 2+0 & -8+10 \\ 6+2 & 9+1 & 3+0 & -12+5 \\ 2+0 & 3+0 & 1+0 & -4+0 \\ -8+10 & -12+5 & -4+0 & 16+25 \end{pmatrix}$$

$$A^T A = \begin{pmatrix} 8 & 8 & 2 & 2 \\ 8 & 10 & 3 & -7 \\ 2 & 3 & 1 & -4 \\ 2 & -7 & -4 & 41 \end{pmatrix}$$